

ONMAPS 2020 Lista de Problemas para 3ro de secundaria

Marzo-Abril 2020

1. En un parque hay gatos y perros. Sabemos que los gatos siempre dicen mentiras y que los perros siempre dicen la verdad. En una ocasión, a cada animal se le preguntó qué tipo de animal (gato o perro) era cada uno de los demás animales en el parque; la respuesta "gato" se obtuvo un total de 240 veces. Hoy fató uno de los animales al parque y se les hizo la misma pregunta; la respuesta "gato" se obtuvo en total 216 veces. ¿Cuántos animales hay hoy en el parque?
2. Juan Luis tiene el conjunto de números $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Encuentra todos los subconjuntos posibles de A y a cada uno de ellos le calcula la suma de sus elementos. Por ejemplo, para el subconjunto $\{1, 3, 4, 6\}$, la suma de sus elementos es $1 + 3 + 4 + 6 = 14$. Encuentra el promedio de todas las sumas que calculó Juan Luis. (Nota: Los conjuntos $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ y $\{\} = \emptyset$ también se consideran subconjuntos de A).
3. En el triángulo ABC trazamos las bisectrices de los ángulos en A y C . La bisectriz desde A cruza al lado BC en el punto D , y la bisectriz desde C cruza al lado AB en el punto E . Desde B , trazamos rectas perpendiculares hacia las rectas AD y CE que cruzan en los puntos K y M respectivamente. Si sabemos que $BM = BK$, demuestra que el triángulo ABC es isósceles.
4. Encuentra todas las ternas (a, b, c) de enteros positivos que cumplen

$$\begin{aligned}a + b + c &= 24, \\ abc &= 440.\end{aligned}$$

(Nota: La terna $(1, 2, 3)$ se considera diferente a la terna $(3, 1, 2)$).

5. Dado un triángulo rectángulo ABC con ángulo recto en B , $AB = 6$ y $BC = 4$. Sea E el punto medio de AB y sea D sobre BC tal que $BD = 1$. Las rectas AD y CE se intersecan en un punto F . Calcula el área del triángulo FDC .
6. Thor, Ironman y Hulk van al cine súper VIP con sus respectivas parejas. El cine consta de 3 filas con 6 butacas en cada fila. Si sabemos que cada pareja se sienta en butacas consecutivas en la misma fila, ¿de cuántas maneras se pueden acomodar para ver la función?
7. Sobre los vértices de un polígono regular de 20 lados. ¿Cuántos triángulos se pueden formar que no tengan lados en común con el polígono?

8. Encontrar todos los números de tres dígitos de la forma abc (a representa el dígito de las centenas, b el de las decenas y c el de las unidades)) que cumplan que $abc = a! + b! + c!$. (ONMAPS 2009)
9. un entero positivo n es aluxe si el producto de los dígitos de n es igual al producto de los dígitos de $n + 1$. ¿Cuántos enteros aluxes n hay con $1 \leq n \leq 2011$? (ONMAPS 2011)
10. Determina todos los enteros que no son negativos a y b , que satisfacen la ecuación:

$$(ab - 7)^2 = a^2 + b^2.$$

(ONMAPS 2011)